

Practicamos para la evaluación 5 | Múltiplos y divisores

Antes de empezar: 😊

1º) Si te piden encontrar múltiplos de un número, lo que tenés que hacer es multiplicar ese número por cualquier otro número natural.

Por ejemplo, si necesitás buscar múltiplos de 24 tenés que multiplicar a 24 por 0, por 1, por 2, por 3, por 4, por 5, y así podés seguir multiplicando a 24 por los números que quieras... ¡hasta el infinito!

$24 \times 0 = 0$	$24 \times 2 = 48$	$24 \times 4 = 96$
$24 \times 1 = 24$	$24 \times 3 = 72$	$24 \times 5 = 120$

O sea, estás armando la tabla del 24, y los productos -resultados de las multiplicaciones- (0, 24, 48, 72, 96, 120, ...) son los múltiplos de 24.

Entonces:

$$24 = \{ 0; 24; 48; 72; 96; 120; \dots \}$$

2º) Si te piden encontrar divisores de un número, lo que tenés que hacer es probar multiplicando números naturales entre sí para ver si dan como resultado ese número que te dieron.

Por ejemplo, si necesitás buscar divisores de 24 podés multiplicar dos números y fijarte si el resultado es igual a 24. Te recomiendo empezar siempre a probar multiplicando a 1, a 2, a 3, a 4, a 5, y así en orden ascendente para ver cuáles dan 24 como resultado.

$1 \times 24 = 24$	$3 \times 8 = 24$
$2 \times 12 = 24$	$4 \times 6 = 24$

Si al multiplicar dos números entre sí dan como resultado 24 esto quiere decir que encontraste ¡dos divisores de 24 al mismo tiempo! O sea, como 2×12 es igual a 24, son divisores de 24 tanto el 2 como el 12.

Entonces:

$$\text{DIV. } 24 = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \times \\ 24 \end{array} ; \begin{array}{l} 2 \\ \times \\ 12 \end{array} ; \begin{array}{l} 3 \\ \times \\ 8 \end{array} ; \begin{array}{l} 4 \\ \times \\ 6 \end{array} \right\}$$

Otra manera de verlo es dividir a 24 por 2, por 3, por 4, y así para ver si la división es exacta (resto = cero). Si la división es exacta, tanto el divisor como el cociente son divisores. Así, 3 y 8 son divisores de 24 porque $24 : 3 = 8$ con resto igual a cero.

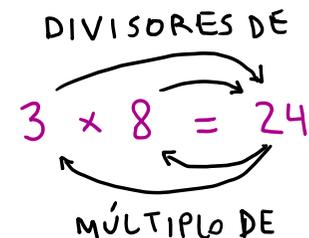
Resumiendo: 😊

Divisores de 24	Múltiplos de 24
1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24	0 ; 24 ; 48 ; 72 ; 96 ; 120
<p>Busco multiplicaciones que den 24. Los factores (números que se están multiplicando) serán los divisores.</p> <p>Estos son <u>todos</u> los divisores de 24.</p> <p>Fijate que los divisores de 24 (y de cualquier otro número) son igual o menores que ese número.</p>	<p>Multiplico a 24 por cualquier número. Los productos (resultados) serán los múltiplos.</p> <p>Estos son <u>algunos</u> múltiplos de 24.</p> <p>Fijate que los múltiplos de 24 (y de cualquier otro número) son igual o mayores que ese número (a excepción del cero).</p>

Ida y vuelta: 😊

Como $3 \times 8 = 24$ tenemos que $24 : 3 = 8$ (con resto igual cero) y $24 : 8 = 3$ (con resto igual a cero).

Entonces, como 24 es múltiplo de 3 y de 8, sabemos que 3 y 8 son divisores de 24.



Algo más: 😊

- ▶ El cero es múltiplo de todos los números.
- ▶ Todo número es múltiplo de sí mismo. Ejemplo: 24 es múltiplo de 24.
- ▶ No se puede dividir por cero. Por ejemplo, $24 : 0 = \text{¡ERROR!}$
- ▶ El 1 es divisor de todos los números.
- ▶ Todo número es divisor de sí mismo. Por ejemplo, 24 es divisor de 24.
- ▶ Siendo **A**, **B** y **C** números naturales, decir que **A** es múltiplo de **B**, quiere decir que **A** es divisible por **B** ($A : B = C$, con resto igual a cero). Por ejemplo, 24 es múltiplo de 3, porque 24 es divisible por 3 ($24 : 3 = 8$, con resto cero).

Ejercicios resueltos

1. Colocá **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- a) 4 es múltiplo de 20. [**F**] e) 25 es divisor de 5. [**F**]
 b) 45 es divisible por 9. [**V**] f) 0 es múltiplo de 9. [**V**]
 c) 7 es divisor de 21. [**V**] g) 3 es divisible por 12. [**F**]
 d) 1 es divisor de 13. [**V**] h) 10 es divisor de 10. [**V**]

- a) 4 es divisor de 20 (también: 20 es múltiplo de 4).
 e) 25 es múltiplo de 5 (también: 5 es divisor de 25).
 g) 3 es divisor de 12 (también: 12 es divisible por 3)

2. Decidí si las afirmaciones son correctas (**C**) o incorrectas (**I**).

- a) [**C**] Como $168 = 12 \times 14$, entonces 168 es múltiplo de 14.
 b) [**I**] Como $168 = 12 \times 14$, el resto de hacer $168 : 14$ es 12.
 c) [**C**] Como $168 = 12 \times 14$ y $12 = 2 \times 6$, entonces 168 es múltiplo de 6.
 b) El resto es cero. 12 es el cociente.
 $168 : 14 = 12$, con resto cero.

3. Marcá con una **X** la o las opciones correctas.

- a) Caramelos que se pueden colocar en 4 bolsas que tengan la misma cantidad.
 304 caramelos 500 caramelos 414 caramelos 118 caramelos
- b) Fichas con las que se pueden hacer 5 pilas iguales.
 123 fichas 345 fichas 267 fichas 190 fichas
- c) Personas que se pueden separar en 10 grupos iguales.
 125 personas 370 personas 690 personas 785 personas

- a) Al dividir 304 y 500 por 4 el resto es cero. Es decir, son múltiplos de 4.
 b) Al dividir 345 y 190 por 5 el resto es cero. Es decir, son múltiplos de 5.
 c) Al dividir 370 y 690 por 10 el resto es cero. Es decir, son múltiplos de 10.

Otra forma de resolver el punto 3 y los tres siguientes (4, 5 y 6) es usando los criterios de divisibilidad.

 Recordá que los criterios de divisibilidad nos permiten averiguar de manera práctica si un número es divisible por otro.

 Un número es...

DIVISIBLE POR	CUANDO
2	Termina en 0 o número par.
3	La suma sucesiva de sus cifras es 3, 6 o 9. $1\ 104 \rightarrow 1+1+0+4=6$ $3\ 765 \rightarrow 3+7+6+5=21 \rightarrow 2+1=3$ $8\ 379 \rightarrow 8+3+7+9=27 \rightarrow 2+7=9$
4	Sus dos últimas cifras son 0 o múltiplos de 4. 500 324 $7\ 000$ $3\ 112$
5	Termina en 0 o 5.
6	Es divisible por 2 y por 3.
8	Sus tres últimas cifras son 0 o múltiplos de 8. $3\ 000$ $15\ 048$ $27\ 240$
9	La suma sucesiva de sus cifras es 9. $3\ 411 \rightarrow 3+4+1+1=9$ $6\ 255 \rightarrow 6+2+5+5=18 \rightarrow 1+8=9$
10	Termina en 0.
11	La diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares e impares es 0 u 11. $198 \rightarrow 9-(1+8)=0$ $7\ 183 \rightarrow 7+8-(1+3)=11$
12	Es divisible por 3 y por 4.
15	Es divisible por 3 y por 5.

4. Marcá con una **X** los números que cumplen con cada condición.

- a. Múltiplo de 6 → 3 0 18 2 100 54
- b. Divisor de 24 → 1 48 24 10 8 12
- c. Divisible por 15 → 5 30 0 3 75 1

5. Colocá [**ES**] o [**NO ES**] según corresponda.

- a. 41 361 **ES** múltiplo de 3. e. 81 719 **ES** múltiplo de 11.
 b. 57 002 **NO ES** divisible por 4. f. 62 130 **NO ES** es divisible por 12.
 c. 72 471 **NO ES** múltiplo de 6. g. 91 365 **ES** es múltiplo de 15.
 d. 35 016 **ES** divisible por 8.

6. Pintá los números que cumplan con cada condición según los criterios de divisibilidad.

- a) Múltiplo de 3: 423, 111, 729, 2.506, 3.112, 4.701
- b) Divisible por 4: 520, 608, 700, 1.410, 4.560, 7.026
- c) Múltiplo de 6: 212, 492, 123, 2.802, 5.211, 8.088
- d) Divisible por 9: 606, 702, 927, 1.608, 4.986, 9.003

Para resolver el punto 7, recordá esta info:

Múltiplo común menor (mcm)

El múltiplo común menor (mcm) entre dos o más números es el menor número que es múltiplo de todos ellos (excepto el 0).

Múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

$$\text{mcm}(2;3) = 6$$

7. Escribí en orden ascendente los 15 múltiplos más pequeños de cada número.

- a) 4 : 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56
- b) 7 : 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98
- c) 18 : 0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, 216, 234, 252
- d) 30 : 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420

→ Teniendo en cuenta lo anterior, completá:

$$\text{mcm}(4;7) = 28 \quad \text{mcm}(18;30) = 90$$

Lo que tenés que hacer acá es "armar las tablas" del 4, 7, 18 y 30.

Es decir, hay que escribir los resultados de 4×0 , 4×1 , 4×2 , 4×3 , 4×4 , y así hasta llegar a 4×14 . ¡Claro! ¡Así se buscan los múltiplos! ¡Cierto? 😊

Lo mismo hay que hacer para el 7, el 18 y el 30. ¡Ok?

👉 Fijate que el 28 y el 56 son múltiplos comunes de 4 y de 7, siendo el 28 el múltiplo común menor (mcm).

👉 Y fijate que el 90 y el 180 son múltiplos comunes de 18 y de 30, siendo el 90 el múltiplo común menor (mcm).

Ojo, el cero no se tiene en cuenta porque es múltiplo de todos los números. 😊

Para resolver el punto 8, recordá esta info:

Divisor común mayor (DCM)

El divisor común mayor (DCM) entre dos o más números es el mayor número que es divisor de todos ellos.

Divisores de 6: 1, 2, 3, 6

Divisores de 9: 1, 3, 9

$$\text{DCM}(6;9) = 3$$

* Dos números son **coprimos** si el DCM entre ellos es igual a 1.

8. Escribí todos los divisores de los siguientes números.

a) 18 : { (1) x 18 ; (2) x 9 ; (3) x 6 }

b) 30 : { (1) x 30 ; (2) x 15 ; (3) x 10 ; (5) x 6 }

c) 45 : { (1) x 45 ; (3) x 15 ; (5) x 9 }

→ Teniendo en cuenta lo anterior, completá:

$$\text{DCM}(18;30) = 6$$

$$\text{DCM}(30;45) = 15$$

$$\text{DCM}(18;45) = 9$$

Marcado con:

Marcado con:

Marcado con: ()

Tranqui, a ver... 😊

¡Ya lo sé! Quedó hecho un revoltijo, pero prestá atención 😊

Recordá la explicación que está al principio de este documento (antes del punto 1), que decía que una forma de encontrar los divisores de un número es multiplicar números naturales entre sí y ver si dan como resultado ese número dado.

Entonces, lo que tenés que hacer acá es buscar todas las multiplicaciones que den 18, después todas las que den 30, y por último todas las que den 45. ¡Ojo! Es muy importante buscar todas -¡todas!- las multiplicaciones... No sea cosa que justo te "comas" al DCM. 😊

👉 Fijate que el 1, 2, 3 y 6 son todos los divisores comunes de 18 y de 30, siendo el 6 el divisor común mayor (DCM).

👉 Fijate que el 1, 3, 5 y 15 son todos los divisores comunes de 30 y de 45, siendo el 15 el divisor común mayor (DCM).

👉 Fijate que el 1, 3 y 9 son todos los divisores comunes de 18 y de 45, siendo el 9 el divisor común mayor (DCM).

¡Atención! Se vienen los problemas, pero no te asustes... 😊

Si te quedó claro todo lo anterior -es decir, cómo buscar múltiplos y divisores, y cómo averiguar el múltiplo común menor (mcm) y el divisor común mayor (DCM)- solamente vas a tener que preocuparte en descubrir cuál de estas dos opciones es la correcta: la opción de ponerte a buscar múltiplos o la de buscar divisores...

👉 Si en el problema se dice que hay que repartir, partir, cortar, armar grupos, etc., vas a tener que buscar los divisores comunes y el DCM.

👉 Si en el problema se dice que hay que averiguar cuántos días, segundos, minutos, etc., habrá que esperar para que algo suceda al mismo tiempo que otra cosa; o si hay que averiguar cuándo ocurrirá un encuentro, entonces vas a tener que buscar múltiplos comunes y el mcm.

En fin, veamos cómo se resuelven los problemas dados. 😊

9. Melisa y Luis son médicos y trabajan en el mismo hospital.

A Melisa le toca estar de guardia cada 4 días y a Luis, cada 6.

El 5 de agosto les tocó estar juntos.

¿Cuál es la próxima fecha en que volverán a estar juntos?

DCM	LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIÉ	SAB
● 4	● 11	○ 18	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	○ 26

Acá te piden averiguar cuándo se volverán a encontrar Melisa y Luis, así que vas a tener que buscar el mcm (múltiplo común menor) de 4 y 6.

$$\begin{aligned} 6 &= \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\} \\ 4 &= \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots\} \end{aligned} \quad \left| \quad \text{mcm}(4;6) = 12$$

Ahora sabemos que se volverán a encontrar en 12 días (que es el mcm), pero nos preguntan por la fecha, así que falta un paso más. Si el 5 de agosto les tocó estar juntos, entonces hay que hacer $5 + 12$, que da 17.

RTA: Volverán a estar juntos el 17 de agosto.

10. La Navidad pasada en un negocio colocaron un árbol que tenía tres juegos de luces de colores. Uno se encendía cada 9 segundos, otro cada 12 segundos y otro cada 18 segundos. Si Pilar los vio encenderse a todos juntos, ¿cuántos segundos debió esperar para volver a verlos coincidir a los tres?



Acá te piden averiguar cuántos segundos tiene que esperar Pilar para volver a ver las tres luces encendidas al mismo tiempo. O sea, que vas a tener que buscar el mcm (múltiplo común menor) de 9, 12 y 18.

$$18 = \{0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, \dots\}$$

$$12 = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\}$$

$$9 = \{0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, \dots\}$$

$$\text{mcm}(9; 12; 18) = 36$$

RTA: Pilar debió esperar 36 segundos para volver a verlos coincidir a los tres.

11. En una autopista, hay un pueblo cada 25 km y una estación de servicio cada 40 km. Si en el próximo pueblo hay una estación de servicio, ¿cuántos kilómetros después habrá una estación de servicio en un pueblo?

Acá te piden averiguar cuándo se volverá a encontrar una estación de servicio en un pueblo, así que vas a tener que buscar el mcm (múltiplo común menor) de 25 y 40.

$$40 = \{0, 40, 80, 120, 160, 200, 240, \dots\}$$

$$25 = \{0, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, \dots\}$$

$$\text{mcm}(25; 40) = 200$$

RTA: 200 kilómetros después habrá una estación de servicio en un pueblo.

Casi terminamos... ¡Quedan tres problemas! 😊

12. Con 18 varones y 24 mujeres, se quieren armar la mayor cantidad de grupos. Todos los grupos deben tener la misma cantidad de varones y la misma cantidad de mujeres, y nadie puede quedar sin grupo.

- a) ¿Cuántos grupos habrá que armar?
 b) ¿Cuántos varones habrá por grupo? ¿Y mujeres?

Acá te piden averiguar cuál es la mayor cantidad de grupos que se pueden armar, repartiendo a cada grupo la misma cantidad de varones y la misma cantidad de mujeres. Entonces, vas a tener que buscar el DCM (divisor común mayor) de 18 y 24.

$$\text{DIV. } 24 = \left\{ \frac{1}{24}, \frac{2}{12}, \frac{3}{8}, \frac{4}{6} \right\} \quad \text{DCM}(18; 24) = 6$$

$$\text{DIV. } 18 = \left\{ \frac{1}{18}, \frac{2}{9}, \frac{3}{6} \right\}$$

RTA: a) Habrá que armar 6 grupos.
 b) Habrá por grupo 3 varones y 4 mujeres.

13. Ariel tiene dos tiras de cinta, una que mide 90 cm y otra que mide 126 cm. Quiere usar las cintas para hacer moños decorativos; para ello, debe cortarlas en tiras lo más largas posible; todas iguales, sin desperdiciar cinta.

- a) ¿Cuánto deberá medir cada tira de cinta? | b) ¿Cuántos moños podrá hacer?

Acá te piden averiguar cuál es la mayor longitud posible que pueden tener las tiras si Ariel quiere que todas sean iguales y que no sobre cinta, para luego saber cuántos moños puede hacer en total. O sea, vas a tener que buscar el DCM (divisor común mayor) de 90 y 126.

$$\text{DIV. } 126 = \left\{ \frac{1}{126}, \frac{2}{63}, \frac{3}{42}, \frac{6}{21}, \frac{7}{18}, \frac{9}{14} \right\} \quad \text{DCM}(90; 126) = 18$$

$$\text{DIV. } 90 = \left\{ \frac{1}{90}, \frac{2}{45}, \frac{3}{30}, \frac{5}{18}, \frac{6}{15}, \frac{9}{10} \right\}$$

RTA: a) Cada tira deberá medir 18 centímetros.
 b) Podrá hacer 12, (5 de la tira de 90 cm y 7 de la de 126 cm).

14. Oriana está armando bolsitas con golosinas para repartir entre los invitados a su cumpleaños. Tiene 168 chupetines, 72 bombones y 216 caramelos. Quiere que todas las bolsitas queden iguales y que no le sobren golosinas.

- a) ¿Cuál es la mayor cantidad de bolsitas que puede armar?
 b) ¿Cuántos bombones, chupetines y caramelos tendrá cada bolsita?

Acá te piden averiguar cuál es la mayor cantidad de bolsitas que puede armar Oriana, si reparte en partes iguales los chupetines, los bombones y los caramelos. En este caso, vas a tener que buscar el DCM (divisor común mayor) de 168, 72 y 216.

$$\text{DIV. } 216 = \left\{ \frac{1}{216}, \frac{2}{108}, \frac{3}{72}, \frac{4}{54}, \frac{6}{36}, \frac{8}{27}, \frac{9}{24}, \frac{12}{18} \right\}$$

$$\text{DIV. } 168 = \left\{ \frac{1}{168}, \frac{2}{84}, \frac{3}{56}, \frac{4}{42}, \frac{6}{28}, \frac{7}{24}, \frac{8}{21}, \frac{12}{14} \right\}$$

$$\text{DIV. } 72 = \left\{ \frac{1}{72}, \frac{2}{36}, \frac{3}{24}, \frac{4}{18}, \frac{6}{12}, \frac{8}{9} \right\}$$

$$\text{DCM}(72; 168; 216) = 24$$

RTA: a) La mayor cantidad de bolsitas que puede armar son 24.
 b) Cada bolsita tendrá 3 bombones, 7 chupetines y 9 caramelos.

¡Listo! ¡Terminamos! 😊

Si llegaste hasta acá y ves que algunas cosas no quedaron claras, probá con descansar un rato y luego volver a repasar lo necesario, ¿ok? 😊

See you! Besito en la frente 😘